

KENDALI OPTIMAL TREATMENT PADA MODEL PENYAKIT DIARE

Pardi Affandi^{1*}, Nur Salam²

^{1,2}FMIPA Universitas Lambung Mangkurat, Jl. A Yani Km 36,5, Banjarmasin

Corresponding author: p_affandi@ulm.ac.id

Abstrak. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis penyebaran penyakit diare menggunakan model matematika SIR-T (Susceptible-Infected-Recovered and Treatment) dan menganalisis karakteristik penyebaran penyakit diare. Pada penelitian ini diasumsikan penyebaran penyakit diare hanya melalui kontak langsung dengan feces penderita diare, selain itu karena kematian individu dewasa akibat penyakit diare sangat kecil maka laju kematian bagi individu dewasa tidak diperhatikan. Berdasarkan Model yang diperoleh, selanjutnya dapat dianalisis kriteria kestabilan disekitar titik kesetimbangan bebas penyakit yang dilihat dari bilangan reproduksi dasarnya. Selanjutnya melakukan Kendali treatment dan Pengobatan untuk menyelesaikan Model Matematika Penyebaran penyakit Diare melakukan Kendali Optimal terhadap model yang diperoleh.

Kata kunci : Model penyakit, Diare, SIR-T.

1. PENDAHULUAN

Diare adalah suatu penyakit dengan tanda-tanda adanya perubahan bentuk dan konsistensi dari tinja, yang melembek sampai mencair dan bertambahnya frekuensi buang air besar lebih dari biasanya, tiga kali atau lebih dalam sehari atau penyakit terjadi ketika terjadi perubahan konsistensi feces dari frekuensi buang air besar. Seseorang dikatakan menderita diare bila feces lebih berair dari biasanya, atau bila buang air besar tiga kali atau lebih, atau buang air besar yang berair tetapi tidak berdarah dalam waktu 24 jam (Syahrir *et.al.*, 2015).

Data WHO menyebutkan lebih dari 10 juta anak berusia kurang dari 5 tahun meninggal setiap tahunnya, sekitar 20 % meninggal karena infeksi diare. Berdasarkan sumber Buletin jendela data & Informasi Kesehatan volume 2 triwulan 2 tahun 2011, penyakit diare masih merupakan masalah kesehatan masyarakat di negara berkembang seperti di Indonesia, karena masih sering timbul dalam bentuk Kejadian Luar Biasa (KLB), dan disertai dengan kematian yang tinggi, terutama di Indonesia Bagian Timur. Disamping itu menurut hasil Riset Kesehatan Dasar (Riskesdas tahun 2013) menunjukkan bahwa penyakit diare merupakan penyebab utama kematian pada balita. Demikian juga data yang diperoleh dari Kepala Dinas Kesehatan Kalsel Kota Banjarmasin, drg Diah R Praswati Agustus 2018 ini, tercatat ada 924 orang terserang diare. Jumlah ini meningkat dari Juli sebanyak 839 orang. Namun, angka ini masih lebih rendah dibanding sebelumnya pada Januari 2018, ada 1.067 penderita diare yang terdata, lalu Februari 2018 jumlahnya 944, Maret 2018 sebanyak 946, April 2018 sebanyak 980, Mei 2018 sebanyak 1.011, Juni 2018 sebanyak 992 dan Juli 2018 sebanyak 839. "Data ini di ambil dari 26 Puskesmas yang ada di kota Banjarmasin.

Pemberantasan penyakit diare selalu dilakukan oleh pemerintah melalui Dinas Kesehatan Kalimantan Selatan (2016) dan pencapaiannya sudah mengalami peningkatan apalagi kondisi pasca musim kemarau, namun masih menjadi suatu masalah dan perlu upaya yang lebih keras untuk mencapai target bebas penyakit diare 2025. Sehingga selain melakukan pengobatan, juga dibutuhkan treatment yang tepat, treatment adalah suatu langkah yang dilakukan untuk mengatasi masalah yang ada. Selain itu alternatif lain untuk memberantas penyakit yaitu dengan membentuk model selanjutnya melakukan proses kontrol atau mengendalikannya.

Model adalah karakteristik umum yang mewakili sekelompok bentuk yang ada atau representasi masalah dalam bentuk yang lebih sederhana dan mudah dikerjakan. Dalam matematika, teori model adalah ilmu yang menyajikan konsep himpunan atau ilmu tentang model-model yang mendukung suatu sistem sistematis. Teori model diawali dengan asumsi keberadaan obyek-obyek matematika misalnya keberadaan semua bilangan dan kemudian mencari keberadaan operasi-operasi, relasi-relasi, atau aksioma-aksioma yang melekat pada masing-masing obyek atau pada obyek-obyek tersebut. Model matematika yang diperoleh dari suatu masalah matematika yang diberikan, selanjutnya diselesaikan dengan aturan aturan yang ada. Penyelesaian yang diperoleh, perlu diuji untuk mengetahui apakah penyelesaian tersebut valid atau tidak. Hasil yang valid akan menjawab secara tepat model matematikanya dan disebut solusi matematika. Jika penyelesaian tidak valid atau tidak memenuhi model matematika maka solusi masalah belum ditemukan, dan perlu pemecahan ulang atas model matematikanya (Ross, 1989).



Pengendalian tersebut dapat dilakukan pemodelan matematika yang tepat, L Ross (1911) pertama kali memodelkan penyebaran penyakit menggunakan model matematika. Dilanjutkan Kermack & McKendrick (1927) mengenalkan salah satu model epidemik dasar yaitu SIR. Model ini terdiri dari tiga kompartemen yaitu Susceptible (rentan), Infected (infeksi), dan Recovered (sembuh).

Oleh karena itu, perlu adanya suatu tindakan untuk menurunkan laju penyebaran penyakit diare, salah satunya adalah dengan mengetahui pola penyebaran penyakit diare. Ilmu matematika dapat dimanfaatkan untuk mengetahui pola penyebaran penyakit diare yaitu dengan memanfaatkan model matematika SIR. Penelitian mengenai model penyebaran penyakit menular telah banyak dilakukan. Salah satunya pemodelan penyebaran penyakit diare hasil penelitian Ojaswita Chaturvedi dan kawan-kawan (2014). Penelitian tersebut membentuk model matematika SIR dengan studi kasus penyebaran penyakit diare dengan satu populasi, karena hanya meneliti satu populasi saja maka dalam model ini laju kematian penyakit diare tidak diperhatikan.

Pada penelitian ini penulis meneliti bagaimana model penyebaran diare melalui model penyakit SIS (Susceptible, Infected dan Susceptible) yang akan menganalisis karakteristik penyebaran penyakit diare. Model populasi SIS adalah model matematika untuk mendeskripsikan suatu penyakit dimana penderita yang terinfeksi tidak memiliki kekebalan imun untuk kembali terinfeksi penyakit tersebut. Langkah awal dilakukan dengan menentukan parameter-parameter yang paling berpengaruh terhadap Penyakit diare yang diperoleh melalui data angket yang disebar di masyarakat sekitar bantaran sungai Kuin Banjarmasin. Selanjutnya melakukan kendali berupa treatment terhadap individu yang Infected, menganalisa tingkat infeksi penyakit diare pada daerah Bantaran sungai Kuin Banjarmasin. Langkah awal mengumpulkan data sehingga parameter-parameter model yang diperoleh reliable dan valid, mengkaji dan mempelajari buku atau materi yang berkaitan baik dengan diare, model SIS, kestabilan, selanjutnya menganalisis karakteristik penyebaran penyakit diare. Menjelaskan terbentuknya model sesuai dengan asumsi dan parameter yang diperoleh berdasarkan hasil angket. Menentukan titik ekuilibrium, kemudian melinierisasi model untuk menentukan nilai eigen dari model penyebaran diare. Menentukan kestabilan dari sistem di titik ekuilibrium. Menganalisis tingkat infeksi penyakit diare pada daerah bantaran sungai Kuin Banjarmasin.

Selanjutnya melakukan kendali berupa treatment dan pengobatan terhadap individu yang Infected.

2. METODOLOGI

Penelitian direncanakan diawali dengan melakukan kajian literature berupa hasil-hasil penelitian yang mengungkap tentang pembentukan model penyakit diare, khususnya faktor dan asumsi model-model yang telah dilakukan oleh beberapa peneliti sebelumnya. Hasil kajian tersebut menjadi dasar untuk menyusun asumsi awal serta penentuan model awal yang dapat diimplementasikan serta mengumpulkan data sekunder lewat survey data melalui angket data yang sesuai, reliable dan valid.

Tahapan pemrosesan data penelitian menggunakan langkah-langkah dalam metode statistika, diawali dengan menentukan parameter-parameter yang paling berpengaruh sebagai faktor penyebab penyakit diare. Hal ini dilakukan dengan bantuan metode regresi sehingga dari beberapa faktor akan diperoleh faktor yang dominan.

Langkah selanjutnya parameter-parameter yang paling berpengaruh akan dilibatkan dalam tahap pembentukan model Penyakit diare pada daerah bantaran sungai Kuin di kota Banjarmasin, selanjutnya melakukan Kendali berupa Treatment dan Pengobatan untuk menyelesaikan Model Matematika Penyebaran penyakit Diare pada daerah bantaran sungai Kuin di Banjarmasin.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Model populasi SIS adalah model matematika untuk mendeskripsikan suatu penyakit dimana penderita yang terinfeksi tidak memiliki kekebalan imun untuk kembali terinfeksi penyakit tersebut. Kermack W.O dan Mc Kendrick (Brauer, 2008: 24) menyatakan secara umum model epidemik SIS dibagi menjadi dua kelas yaitu *susceptible* dan *infected*.

Adapun langkah dalam membentuk model penyebaran penyakit diare diperlukan beberapa asumsi. Asumsi-Asumsi yang digunakan dalam model penyebaran penyakit diare yaitu:

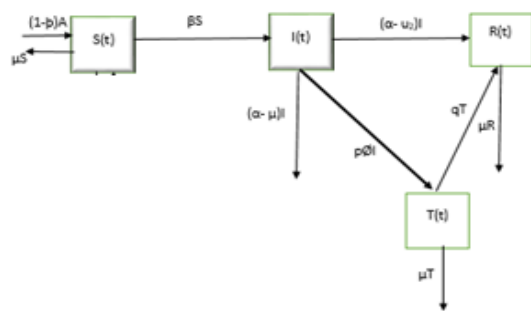
1. Terdapat dua populasi yaitu balita dan orang dewasa.
2. Laju kelahiran dan kematian alami dianggap sama.
3. Populasi penduduk bersifat homogen, artinya setiap individu mempunyai peluang yang sama terserang penyakit diare.
4. Penularan penyakit diare hanya melalui kontak langsung dengan feces penderita.
5. Hanya terdapat satu penyakit dalam populasi.



6. Individu lahir dari kelas susceptible dewasa dan infected dewasa akan menjadi individu yang rentan terhadap penyakit diare.
7. Kemungkinan kematian akibat penyakit diare hanya terjadi pada balita.
8. Individu yang terinfeksi dapat sembuh dari penyakit diare. Individu yang sembuh dari penyakit diare akan menjadi rentan kembali. Penelitian ini menganalisis mengenai penyakit diare dengan dua populasi. Diare merupakan salah satu penyakit berbasis lingkungan yang masih mendominasi masalah kesehatan di negara berkembang termasuk Indonesia.

Variabel yang digunakan dalam model

Variabel	Keterangan
S	menyatakan kelas individu yang rentan
I	individu yang sudah terjangkit penyakit R kelas individu yang telah sembuh
T	kelas individu yang diberi Treatment



Dinamika epidemiologi penyakit *Diare* SIR-T dengan adanya treatment berdasarkan diagram alir di atas dapat diilustrasikan sebagai berikut:

Berdasarkan diagram transfer di atas dapat diformulasikan modelnya sebagai berikut

$$\frac{dS}{dt} = (1 - b)A - \beta SI(t) + bV(t) - u_1 S(t) - \mu S(t) \quad (3.1)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI(t) + (\alpha + \mu)I(t) - (\alpha + u_2)I(t) - p\phi I(t) \quad (3.2)$$

$$\frac{dR}{dt} = (\alpha + u_2)I(t) + \tau T(t) - \mu R(t) \quad (3.3)$$

$$\frac{dT}{dt} = p\phi I(t) - \tau T(t) - \mu I(t) \quad (3.4)$$

Diberikan $N(t)$ menyatakan ukuran populasi pada saat t , maka $N(t) = S(t) + I(t) + R(t) + T(t)$.

Berdasarkan Sistem (3.1) s.d (3.4) dan Persamaan $N(t) = S(t) + I(t) + R(t) + T(t)$ maka

$\frac{dN}{dt} = V - \mu N - \alpha_1 I - \alpha_2 R - T$, kemudian pada saat individu manusia yang laten dan terinfeksi nol maka laju populasi manusia menjadi

$$\frac{dN}{dt} = V - \mu N \Leftrightarrow \frac{dN}{dt} + \mu N = V.$$

Diberikan $N(t)$ menyatakan ukuran populasi pada saat t , maka $N(t) = S(t) + I(t) + R(t) + T(t)$.

Kemudian pada saat individu manusia yang laten dan terinfeksi nol maka laju populasi manusia menjadi $\frac{dN}{dt} = V - \mu N \Leftrightarrow \frac{dN}{dt} + \mu N = V$. (3.5)

Jika disubstitusikan syarat awal $N(0) = N_0$ maka diperoleh solusi persamaan (3.5) menjadi $N(t) = N_0 e^{-\mu t} + \frac{V}{\mu} (1 - e^{-\mu t})$.

Untuk menyederhanakan Sistem (3.1) s.d (3.4) dimisalkan $\mu dt = d\tau$ atau $\tau = \mu t$, maka Sistem (3.1) s.d (3.4) menjadi

$$\frac{dS}{d\tau} = \frac{V}{\mu} - a_1 SE - a_2 SI - S \quad (3.6)$$

$$\frac{dI}{d\tau} = a_1 SR + a_2 SI - (1 + b + \alpha_1)R \quad (3.7)$$

$$\frac{dR}{d\tau} = bR - (1 + \alpha_2)I \quad (3.8)$$

$$\frac{dT}{d\tau} = a_1 SR + a_2 SI \quad (3.9)$$

Titik ekuilibrium Sistem (3.6) s.d (3.9) diperoleh dengan menjadikan ruas kanan masing-masing persamaan sama dengan nol, yaitu

$$\frac{V}{\mu} - a_1 SE - a_2 SI - S = 0, \quad (3.10)$$

$$a_1 SR + a_2 SI - (1 + b + \alpha_1)R = 0, \quad (3.11)$$

$$bE - (1 + \alpha_2)I = 0, \quad (3.12)$$

$$a_1 SR + a_2 SI = 0. \quad (3.14)$$

Jika $I = 0$, maka dari Persamaan (3.10) diperoleh

$$bE = 0 \\ \Leftrightarrow E = 0.$$

Dari Persamaan (3.11) diperoleh $R = 0$, diperoleh

$$\frac{A}{\mu} - S = 0 \\ \Leftrightarrow S = \frac{A}{\mu}.$$

Jadi diperoleh titik ekuilibrium bebas penyakit $P_0(S, I, R, T) = (\frac{A}{\mu}, 0, 0, 0)$. Selanjutnya akan dicari titik ekuilibrium endemik yaitu jika $I > 0$.

Dari persamaan akan diperoleh titik ekuilibrium endemik

$$S = \frac{V(\alpha_1 \omega + \alpha_2 \gamma)}{(a_1 \omega + a_2 \gamma)(V - \mu N) + \mu(\alpha_1 \omega + \alpha_2 b)} \quad (3.15)$$

$$I = \frac{\omega[V - \mu N]}{\mu(\omega \alpha_1 + b \alpha_2)} \quad (3.16)$$

$$R = \frac{\gamma[V - \mu N]}{\mu(\alpha_1 \omega + \alpha_2 b)} \quad (3.17)$$

$$T = \frac{[N]}{(\omega \alpha_1 + b \alpha_2)} \quad (3.18)$$

Kontrol Optimal Model Penyakit *Diare*

Telah diketahui bahwa model **Penyakit Diare** bersifat stabil asimtotik lokal pada kedua titik ekuilibrium yang diperoleh. Selanjutnya



karena penyebaran model stabil maka model tersebut akan diberi kontrol. Kontrol yang diberikan berupa treatment pengobatan dimana obat tersebut diberikan kepada individu yang terinfeksi.

Berdasarkan penggunaan pemberian treatment pengobatan, maka model matematika **Penyakit Diare** dengan kontrol adalah sebagai berikut :

$$\frac{dS}{dt} = \frac{V}{\mu} - a_1SE - a_2SI - S \quad (3.19)$$

$$\frac{dI}{dt} = a_1SR + a_2SI - (1 + b + \alpha_1)R \quad (3.20)$$

$$\frac{dR}{dt} = bR - (1 + \alpha_2)I \quad (3.21)$$

$$\frac{dT}{dt} = a_1SR + a_2SI \quad (3.22)$$

dengan u merupakan tingkat pengobatan pada waktu t dan diberikan kondisi awal $S(0) = S_0$, $I(0) = I_0$, dan $R(0) = R_0$.

Performance index dalam bentuk Lagrange untuk model *penyakit diare* adalah sebagai berikut :

$$J(u) = \int_0^{t_f} \left(I(t) - \frac{A}{2} u^2(t) \right) dt \quad (3.23)$$

dengan $A \geq 0$ merupakan variabel bobot dari biaya obat, u merupakan tingkat pengobatan dan t_f merupakan lama waktu program pengobatan. Kemudian akan dicari kontrol yang optimum (u^*) dengan meminimumkan *performance index* sebagai berikut :

$$J(u^*) = \min \int_0^{t_f} \left(I(t) - \frac{A}{2} u^2(t) \right) dt \quad (3.24)$$

Dimana U merupakan himpunan dari beberapa kontrol yang layak, didefinisikan sebagai berikut :

$$U = \{u(t) : 0 \leq u \leq 0.9, 0 \leq t \leq t_f\}$$

Misalkan :

$$\begin{aligned} f_1(S, E, I, u) &= V - a_{11}SE - a_{22}SI - \mu S - uS \\ f_2(S, E, I, u) &= a_{11}SE + a_{22}SI - b_0E - (\mu + \alpha_{10})E \\ f_3(S, E, I, u) &= b_0E - (\mu + \alpha_{20})I \end{aligned}$$

Berdasarkan pada tinjauan pustaka persamaan maka diperoleh persamaan *state* sebagai berikut :

$$\begin{aligned} f_1(S, E, I, u) &= V - a_{11}SR - a_{22}SI - \mu S - uS \\ f_2(S, E, I, u) &= a_{11}SR + a_{22}SI - b_0R - (\mu + \alpha_{10})R \\ f_3(S, E, I, u) &= b_0R - (\mu + \alpha_{20})I \\ f_4 &= a_1SR + a_2SI \end{aligned} \quad (3.25)$$

Kemudian berdasarkan prinsip maksimum potryagin, langkah – langkah untuk menyelesaikan permasalahan kontrol optimal adalah sebagai berikut :

Langkah pertama adalah membentuk persamaan Hamiltonian. Pada persamaan *performance index* untuk model model *penyakit diare* dengan kontrol (3.24) merupakan *performance index* dalam bentuk lagrange, sehingga berdasarkan persamaan (3.24) dan (2.21) diperoleh sebagai berikut :

$$L(x(t), u(t), t) = I(t) - \frac{A}{2} u^2(t) \quad (3.26)$$

Dari persamaan (3.25) dan persamaan *state* (3.26) maka diperoleh persamaan Hamiltonian adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} H &= L(x(t), u(t), t) + \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) (f_i(x(t)), u(t), t) \\ &= I(t) - \frac{A}{2} u^2(t) + \sum_{i=1}^4 \lambda_i f_i(S, I, R, T, u) \\ &= I(t) - \frac{A}{2} u^2(t) + \lambda_1 f_1(S, E, I, u) + \lambda_2 f_2(S, I, R, T, u) + \lambda_3 f_3(S, I, R, T, u) \\ &= I(t) - \frac{A}{2} u^2(t) + \lambda_1 (V - a_{11}SR - a_{22}SI - \mu S - uS) + \lambda_2 (a_{11}SR + a_{22}SI - b_0R - (\mu + \alpha_{10})R) + \lambda_3 (b_0R - \mu R + uS) \end{aligned} \quad (3.27)$$

Langkah ke dua yaitu memperoleh persamaan *costate*. Persamaan *costate* berdasarkan persamaan (2.23) dapat diperoleh dengan cara :

$$\dot{\lambda}_i = -\frac{\partial H}{\partial x_i}, (i = 1, 2, \dots, n)$$

Karena pada persamaan *state* (3.26) terdapat tiga variabel *state* maka diperoleh tiga persamaan *costate* sebagai berikut :

$$\dot{\lambda}_1 = \frac{-\partial H}{\partial S} \quad (3.28)$$

$$\dot{\lambda}_2 = \frac{-\partial H}{\partial I} \quad (3.29)$$

$$\dot{\lambda}_3 = \frac{-\partial H}{\partial R} \quad (3.30)$$

$$\dot{\lambda}_4 = \frac{-\partial H}{\partial T} \quad (3.31)$$

Langkah ke tiga adalah memperoleh persamaan *state*. Berdasarkan, persamaan *state* dapat diperoleh dengan cara :

$$\dot{x}_i = \frac{\partial H}{\partial \lambda_i}, (i = 1, 2, \dots, n)$$

Karena pada persamaan *state* (3.26) terdapat tiga variabel *state* yaitu S , I , R dan T maka diperoleh empat persamaan *state*.

Langkah ke empat adalah mencari nilai kontrol u . Nilai kontrol u dapat diperoleh melalui persamaan (2.25) yaitu dengan cara :

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0$$



$$Vu - \lambda_1 S + \lambda_3 S = 0$$

Sehingga diperoleh

$$u = \frac{(\lambda_1 - \lambda_3)S}{V} \quad (3.33)$$

Karena u terdefinisi di $0 \leq u \leq 0.9$ maka untuk nilai u yang optimal (u^*) juga berada di antara 0 sampai 0.9 sehingga berdasarkan persamaan (2.26) terdapat tiga kemungkinan yaitu :

$$u^* = \begin{cases} 0, & \frac{(\lambda_1 - \lambda_3)S}{V} \leq 0 \\ u, & 0 < \frac{(\lambda_1 - \lambda_3)S}{V} < 0.9 \\ 0.9, & \frac{(\lambda_1 - \lambda_3)S}{V} \geq 0.9 \end{cases}$$

Apabila $\frac{(\lambda_1 - \lambda_3)S}{V} \leq 0$ maka nilai $u^* = 0$ karena 0 merupakan nilai minimum dari batas u^* . Kemungkinan kedua apabila $0 < \frac{(\lambda_1 - \lambda_3)S}{V} < 0.9$ maka nilai u^* akan berada di antara 0 sampai 0.9 dan kemungkinan ke tiga apabila $\frac{(\lambda_1 - \lambda_3)S}{V} \geq 0.9$ maka nilai $u^* = 0.9$ karena 0.9 merupakan nilai maksimum dari batas u^* . Sehingga berdasarkan ketiga kemungkinan di atas diperoleh kontrol u yang optimal (u^*) adalah sebagai berikut :

$$u^* = \min \left(0.9, \max \left(0, \frac{(\lambda_1 - \lambda_3)S}{V} \right) \right)$$

4. DAFTAR PUSTAKA

- Affandi, P., 2017. Kendali Optimal pada Penentuan Interval Waktu dan Dosis Optimal pada Penyakit Malaria. Dipa FMIPA Unlam.
- Affandi, P., 2011. *Kendali Optimal system pergudangan dengan produksi yang mengalami kemerosotan*. Tesis, Yogyakarta.
- Affandi, P., 2015. *Optimal Inventory Control System With Stochastic Demand*. Ethar, Indonesia.
- Affandi, P., 2011. Kendali Optimal system pergudangan dengan produksi yang mengalami kemerosotan. Tesis, Yogyakarta.
- Bensoussan, A., Sethi, S. P., Vickson, R. G. and Derzko, N. (1984). Stochastic production planning with production constraints, SIAM J. Control and Optimization Vol. 22, No.6, 920-935.
- Burghes, D.N Introduction to Control Theory Including Optimal Control .John Wiley & Sons. New York.
- Davis, M. H. (1977). Linear estimation and stochastic control, John Wiley and Sons, New York.
- Edwin K.P Chong, 1996. *An introduction to Optimization*, John Wiley & Sons. New York.
- El-Gohary, A. (2001). Optimal control of the genital herpes epidemic, Chaos, Solutions and Fractals Vol. 12, 1817-1822.
- El-Gohary, A. and Bukhari, F. (2003). Optimal control of stochastic prey-predator models, Applied Mathematics and Computations, Vol. 146, 11, 403-415.
- El-Gohary, A., Tadj, L. and Al-Rahmah, A. (2006). Optimal control of a stochastic production planning model with different demand rates, International Journal of Applied Mathematics, (Accepted).
- Frank L.Lewis, *Applied Optimal Control & Estimation*. The University of Texas at Arlington. New York.
- Goyal, S. K. and Giri, B. C. (2001). Recent trends in modeling of deteriorating inventory, European Journal of Operational Research, Vol. 134, 1-16.
- Chaturvedi, Ojaswita, dkk. 2013. SIRS Model For The Dynamics Of Non-Typhoidal Salmonella Epidemics. International Journal of Computational Research. Vol.03.Issue.10.
- Hamdy A.Taha.1998. *Operations Research an Introduction*.Prentice Hall International, Inc.Philippines.
- Murray R. Spiegel Statistic Schaum, 2 edition Renselaer Polytechnic Institut Hartford.
- Olster, G.J., 1994. *Mathematical System Theory*, 1 . Delft University of Technology. Netherlands.
- Parlar,M. (1985). A stochastic production planning model with a dynamic chance constraint, European Journal of Operational Research, Vol. 20, 255-260.



- Perkins, J. R. and Kumar, P. R. (1994). Optimal control of pull manufacturing systems, IEEE Transactions on Automatic Control, 40:12, 2040-2051.
- Presman, L. E. Sethi, S. P., Zhang, H. and Bisi, A. (2001). Average cost optimal policy for a stochastic two-machine flow shop with limited work-in-process, Nonlinear Analysis, Vol. 47, 5671-5678.
- Sagirow, P. (1972). Stochastic methods in the dynamics of satellites, Springer Verlag, New York.
- Shepley L.Ross.1984. *Differential Equation*. 3 Editions, John Wiley & Sons. New York.
- Sethi, S.P. and Thompson, G.L. (2000). Optimal Control Theory: Applications to Management Science and Economics, 2nd ed., Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Shety S.P and Thompson G.L 1985. Optimal Control Theory : Applied to Management science and economics. 2 editions.
- Sethi, S. P. (1973a). Optimal control of Vidale-Wolfe advertising models, Operations Research, Vol. 21, 998-1013.