ANALISA KESTABILAN PADA MODEL EPIDEMI DISENTRI DI DAERAH BANTARAN SUNGAI KUIN KOTA BANJARMASIN

Pardi Affandi[1*], Faisal[2], Andri Noor Irawan[3]
[123] FMIPA Matematika ULM, Banjarbaru, Indonesia
*Corresponding author: p_affandi@ulm.ac.id

Abstrak. Abstrak Dalam paper ini akan membahas dan menganalisis model epidemi disentri dengan menggunakan SIS (*Susceptible-Infected-Susceptible*). Dari model yang diperoleh, dianalisis kriteria kestabilitan di sekitar titik kesetimbangan bebas penyakit. Selanjutnya, melakukan analisis terhadap model yang sudah ditentukan dengan menentukan titik kestabilan dan nilai Reproduksi dasar dan juga matriks Jacobian, selanjutnya melakukan simulasi model dengan menggunakan parameter-parameter pada beberapa jurnal acuan, sehingga dapat mengetahui tentang analisis penyakit disentri pada anak-anak dan orang dewasa..

Kata kunci: Model SIS, Disentri, Reproduksi dasar.

1. PENDAHULUAN

Pemodelan matematika bagian yang mendasari dan memberi pengaruh terhadap penyebaran penyakit. Alat optimasi yang digunakan salah satunya adalah penerapan strategi control. Banyak sumber referensi yang mengaplikasikan teori kontrol ke dalam permasalahan model penyakit diantaranya diawali oleh Kermack, W. O. and Mc Kendrick, A. G (1927), Bellomo, N. dan Preziosi, L. (1995) Affandi P. (2017), Hailay Weldegiorgis Berhe (2018). Banyak model penyakit yang dijadikan objek dalam penelitian tersebut diantaranya model penyakit malaria, tentang Kendali Optimal pada Penentuan Interval Waktu dan Dosis Optimal pada Penyakit Malaria [1], Optimal Control Model penyakit SEIR Malaria di Kalimantan Selatan [2], Kendali Optimal Pada Model Penyakit Scabies [3], Kendali Optimal Treatment pada Model Penyakit Diare [4], Optimal Control pada Model penyakit Dysentery dengan adanya Treatment [5] serta Optimal Control and Cost-Effectiveness Analysis for Dysentery Epidemic Model.

Disentri adalah infeksi pada usus yang menyebabkan diare yang disertai dengan darah, nanah, dan biasanya juga diiringi dengan sakit perut. Disentri diawali radang usus yang menyebabkan diare akut disertai darah atau lendir. Penyakit Disentri termasuk penyakit yang terjadi di lingkungan dengan sanitasi yang buruk, misalnya karena keterbatasan air bersih atau tempat dengan pembuangan limbah yang buruk. Penyebaran disentri terjadi akibat masih kurangnya kesadaran masyarakat untuk menjaga kebersihan diri, seperti tidak mencuci tangan setelah dari toilet atau kamar mandi. Mayoritas disentri yang terjadi pada negara berkembang disebabkan infeksi bakteri dari Shigella, Campylobacter, Salmonella, atau E. coli enterohemorrhagic juga amuba berasal dari parasit bersel tunggal yang menginfeksi usus. Ini juga dikenal sebagai amebiasis. Disentri bakteri dari Shigella dan amuba biasanya ditemukan di daerah tropis yang memiliki kondisi sanitasi yang buruk. Ini mengacu pada lingkungan di mana orang-orang yang tidak memiliki penyakit disentri bersentuhan dengan kotoran dari orang-orang yang sudah menderita disentri. Kontak yang dimaksud di sini dapat melalui makanan yang terkontaminasi, air yang terkontaminasi dan minuman lainnya, praktek cuci tangan yang buruk oleh orang yang terinfeksi. Selain itu, bisa juga karena berenang di air yang terkontaminasi, seperti danau atau sungai, serta dilakukan kontak fisik pada orang yang terinfeksi. Anak-anak paling berisiko mengalami shigellosis, tetapi siapa saja bisa mengalami disentri pada usia berapa pun.

Disentri juga sering ditandai dengan sering buang air besar yang cair dan berlangsung selama berminggu-minggu atau lebih. Atas dasar itulah penyakit diare digolongkan menjadi diare akut dan kronis yang dalam istilah medis disebut sebagai disentri. Disentri dapat menimbulkan dehidrasi bahkan kematian jika tidak segera ditangani. Kota Banjarmasin sebagai kota seribu sungai dimanfaatkan oleh masyarakat untuk berbagai macam aktivitas termasuk dimanfaatkan sebagai jamban. Banyaknya jamban yang didirikan di sepanjang sungai di Kota Banjarmasin telah menyebabkan terjadinya kasus diare yang cukup tinggi yaitu 11.623 kasus pada tahun 2014 (Dinas Kesehatan Kota Banjarmasin, 2015). Kejadian diare tertinggi ada di bantaran Sungai Kuin dengan total kasus pada puskesmas yang melayani wilayah di sekitar Sungai Kuin sebanyak 2.147 kasus.

Data dari sumber Buletin jendela data & Informasi Kesehatan volume 2 triwulan 2 tahun 2011, penyakit disentri masih merupakan masalah kesehatan masyarakat di negara berkembang seperti di Indonesia, karena masih sering timbul dalam bentuk Kejadian Luar Biasa (KLB), dan disertai dengan kematian yang tinggi, terutama di Indonesia Bagian Timur. Penyakit disentri ada di peringkat tiga belas penyebab kematian secara umum di Indonesia dengan proporsi 3.5 persen. Sedangkan untuk kategori penyakit menular, disentri menduduki peringkat ketiga. Disamping itu menurut hasil Riset Kesehatan Dasar (Riskesdas tahun 2013) menunjukkan bahwa penyakit diare dan disentri merupakan penyebab utama kematian pada balita [7]. Demikian juga data yang diperoleh dari Kepala Dinas Kesehatan Kalsel Kota Banjarmasin, drg Diah R Praswati yang dikutip Agustus tahun 2018.

Pemberantasan penyakit Disentri selalu dilakukan oleh pemerintah melalui Dinas Kesehatan Kalimantan Selatan. Namun pencapaiannya sudah mengalami peningkatan apalagi kondisi pasca musim kemarau, sehingga

© Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat, Universitas Lambung Mangkurat

masih menjadi suatu masalah dan perlu upaya yang lebih keras untuk mencapai target bebas penyakit Disentri 2025. Sehingga selain itu alternatif lain untuk memberantas penyakit disentri tersebut dengan membentuk model selanjutnya melakukan proses kontrol untuk proses mengendalikannya. Pengendalian tersebut dapat dilakukan pemodelan matematika yang tepat, L Ross (1911) pertama kali memodelkan penyebaran penyakit menggunakan model matematika. Dilanjutkan Kermack & McKendrick (1927) mengenalkan salah satu model epidemik dasar yaitu SIR [8]. Model ini terdiri dari tiga kompartemen yaitu Sucseptible (rentan), Infected (infeksi), dan Recovered (sembuh).

Pada penelitian ini akan ditentukan bagaimana model penyebaran Disentri melalui model penyakit SIS dengan modifikasi (Susceptible, Infected dan Susceptible) yang akan menganalisis karakteristik penyebaran penyakit. Model populasi SIS adalah model matematika untuk mendiskripsikan suatu penyakit dimana penderita yang terinfeksi tidak memiliki kekebalan imun untuk kembali terjangkit penyakit tersebut. Langkah awal dilakukan dengan menentukan parameter-parameter yang paling berpengaruh terhadap Penyakit disentri yang diperoleh melalui data angket yang disebarkan di masyarakat sekitar bantaran sungai Kuin Banjarmasin.

Dalam penelitian ini juga dilakukan Analisa kestabilan sistem persamaan diferensial biasa yang mewakili epidemi disentri. di sekitar titik kesetimbangan bebas penyakit. Selanjutnya, melakukan analisis terhadap model yang sudah ditentukan dengan menentukan titik kestabilan dan nilai Reproduksi dasar dan juga matriks Jacobian, selanjutnya melakukan simulasi model dengan menggunakan parameter-parameter pada beberapa jurnal acuan, sehingga dapat mengetahui tentang analisis penyakit disentri pada anak-anak dan orang dewasa..

2. METODE

Penelitian direncanakan diawali dengan melakukan kajian literature berupa hasil-hasil penelitian sebelumnya yang mengungkap tentang pembentukan model penyakit diare sebagai dasar pembentukan model pada disentri, khususnya faktor dan asumsi model-model yang telah dilakukan oleh beberapa peneliti sebelumnya.

Hasil kajian tersebut menjadi dasar untuk menyusun asumsi awal serta penentuan model awal yang dapat diimplementasikan serta mengumpulkan data sekunder lewat survey data melalui angket data yang akan disebarkan kepada masyarakat sekitar bantaran sungai Kuin sehingga akan diperoleh data yang sesuai, realible dan valid. Sebelum data utama yang sangat relevan dengan tujuan penelitian dikumpulkan, terlebih dahulu disusun mekanisme pengumpulan data yang baik agar data yang diperoleh nantinya bersifat valid, akurat dan reliable dalam pembentukan model.

Data yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah data hasil survey yang akan disebarkan kepada masyarakat sekitar bantaran sungai Kuin di Kota Banjarmasin. Tahapan pemprosesan data penelitian menggunakan langkah-langkah dalam methode statistika, diawali dengan menentukan parameter-parameter yang paling berpengaruh sebagai faktor penyebab penyakit diare. Hal ini dilakukan dengan bantuan methode regresi sehingga dari beberapa faktor akan diperoleh faktor yang dominan.

Langkah selanjutnya parameter-parameter yang paling berpengaruh akan dilibatkan dalam tahap pembentukan model Penyakit diare pada daerah bantaran sungai Kuin di kota Banjarmasin, selanjutnya melakukan Kendali untuk menyelesaikan Model Matematika Penyebaran penyakit disentri pada daerah bantaran sungai Kuin di Banjarmasin. Selanjutnya melakukan teknik analisis efektifitas biaya tambahan digunakan untuk menentukan strategi yang paling hemat biaya.

Data yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah data hasil survey yang akan disebarkan kepada masyarakat sekitar bantaran sungai Kuin di Kota Banjarmasin. Tahapan pemprosesan data penelitian menggunakan langkah-langkah dalam methode statistika, diawali dengan menentukan parameter-parameter yang paling berpengaruh sebagai faktor penyebab penyakit disentri. Hal ini dilakukan dengan bantuan metode regresi sehingga dari beberapa faktor akan diperoleh faktor yang dominan.

Langkah selanjutnya parameter-parameter yang paling berpengaruh akan dilibatkan dalam tahap pembentukan model Penyakit disentri pada daerah bantaran sungai Kuin di kota Banjarmasin, selanjutnya melakukan Analisa kestabilan dan menentukan matriks Jacobian pada model penyakit yang terbentuk.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Pembentukan Model

Disentri adalah salah satu penyakit endemis yang terjadi sepanjang tahun dan puncak tertinggi pada peralihan musim penghujan dan kemarau. Disentri menyerang semua kelompok umur terutama anak yang berusia dibawah lima tahun disebabkan kondisi kekebalan tubuhnya yang sangat rentan. Model matematika untuk penyakit disentri dilakukan dengan mengamati penyebaran penyakit ini dalam suatu populasi manusia yang berukuran N. Sehingga pembentukan titik awal model SIS dalam populasi tertutup ukuran N yang terdiri dari dua variabel, S(t) dan I(t) sehingga S(t) + I(t) = N, untuk semua nilai t, mewakili jumlah individu yang tidak terinfeksi (Rentan), dan yang telah terinfeksi dan mampu menginfeksi pada orang lain (Infectious).

Model penyakit SIS adalah model matematika yang mendiskripsikan penyakit dimana penderita yang terinfeksi tidak memiliki kekebalan atau imun untuk kembali terjangkit penyakit tersebut. Kermack W.O dan Mc

© Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat, Universitas Lambung Mangkurat

Kendrick (Brauer, 2008: 24) menyatakan secara umum model epidemik SIS dibagi menjadi dua kelas yaitu susceptible dan infected.
Pada model SIS populasi dibagi menjadi 2 kelas (subpopulasi) yaitu Kelas S (Susceptible) menyatakan kelas individu yang rentan dan Kelas I (Infectious) menyatakan kelas individu yang sudah terjangkit penyakit.

Dalam membentuk model penyebaran penyakit diare diperlukan beberapa asumsi.

Berdasarkan fakta yang ada diperoleh asumsi model sebagai berikut :

1. Setiap bayi yang lahir akan lahir sehat, tidak terinfeksi oleh penyakit disentri ini dengan laju kelahiran dan kematian alami dianggap sama
2. Proses menularnya penyakit dari orang yang terinfeksi ke orang yang suseptibel hanya disebabkan karena adanya kontak langsung dengan feces penderita terjadi akibat adanya pertemuan orang dengan orang di sungai yang telah terkontaminasi oleh feces yang mengandung amuba.
3. Setiap orang yang telah sembuh dari penyakit ini, akan tetap beresiko untuk terinfeksi kembali apabila mereka berhubungan baik secara langsung ataupun tidak langsung dengan orang yang masih mengidap disentri.
4. Dalam populasi terdapat anak-anak dan orang dewasa.
5. Populasi penduduk bersifat homogen, artinya setiap individu mempunyai peluang yang sama terserang penyakit disentri.

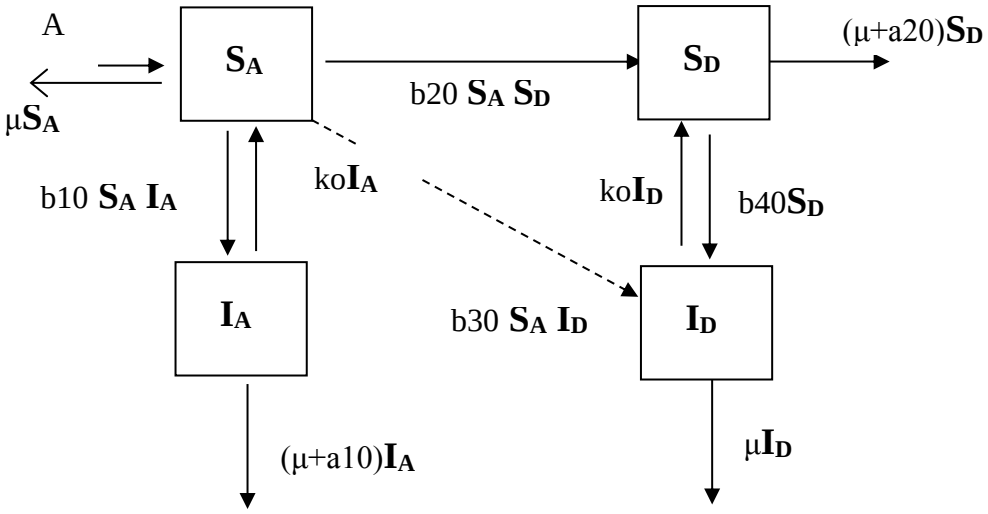
Dalam paper ini akan menganalisis mengenai penyakit disentri dengan dua populasi. Populasi pertama adalah populasi anak-anak, dalam populasi ini banyaknya anak-anak yang rentan disimbolkan dengan S_A, sedangkan I_A menyatakan banyaknya anak-anak terinfeksi penyakit disentri. Populasi yang kedua yaitu populasi dewasa, banyaknya individu dewasa yang rentan disimbolkan dengan S_D dan I_D merepresentasikan banyaknya individu dewasa yang terinfeksi penyakit disentri. Total populasi dinyatakan dalam N yang merupakan jumlah dari keseluruhan populasi.

Beberapa parameter digunakan untuk mempermudah dalam penyelesaian model matematika. Parameter yang digunakan yaitu yang merepresentasikan laju kematian μ manusia secara alamiah, merepresentasikan laju kematian karena penyakit disentri untuk populasi.
Definisi dari parameter – parameter yang digunakan pada model adalah

μ menyatakan laju kematian secara alamiah
A menyatakan konstanta rekruitmen dari S_A
b10 menyatakan laju dari S_A menuju I_A
b20 menyatakan laju dari S_A menuju S_D
b30 menyatakan laju dari S_A menuju I_D
$b40$ merepresentasikan laju S_D menuju I_D
a10 menyatakan laju kematian karena penyakit pada kelas I_A
a20 menyatakan laju kematian karena penyakit
k_0 merepresentasikan laju kesembuhan seorang dewasa dari penyakit.

.

Berdasarkan permasalahan diatas dapat dibuat diagram transfer sebagai berikut



Gambar 1. Diagram transfer kompartemen dari populasi manusia.

Berdasarkan diagram transfer di atas dapat diformulasikan modelnya sebagai berikut, dapat didefinisikan bahwa dS_A/dt adalah proporsi anak-anak rentan adalah rata-rata bayaknya anak-anak yang rentan dalam populasi, dSI_A/dt adalah proporsi anak-anak terinfeksi adalah rata-rata bayaknya anak-anak yang terinfeksi dalam populasi, dS_D/dt adalah proporsi dewasa rentan adalah rata-rata bayaknya adalah proporsi anak-anak rentan adalah rata-rata bayaknya anak-anak yang rentan dalam populasi, yang rentan dalam populasi, sedangkan SI_D/dt adalah proporsi dewasa terinfeksi adalah rata-rata bayaknya dewasa yang terinfeksi dalam populasi

Sehingga diperoleh :

$$\frac{dS_A}{dt} = A - b_{10}S_A - b_{20}S_AI_A - b_{30}S_AI_D - \mu S_A + koI_A \quad (1)$$

$$\frac{dI_A}{dt} = b_{10}S_AI_A - koI_A - (\mu + a_{10})I_A \quad (2)$$

$$\frac{dS_D}{dt} = koI_A - b_{40}\,S_D - (\mu + a_{20})S_D + b20S_A\mathrm{S_D} \quad (3)$$

$$\frac{dI_D}{dt} = b_{30}S_AI_D - \mu I_D + \ b_{40}\,S_D - k_0I_D \quad (4)$$

Diberikan $N(t)$ menyatakan ukuran populasi pada saat t, maka $N(t) = S_A + I_A + S_D + I_D$. Transformasi ini dilakukan untuk memberi kemudahan dalam menganalisis model yang akan digunakan. Berdasarkan Sistem (3.1) s.d (3.4) maka $dN/dt = A - \mu N - b_{10}I_A - b_{20}S_D$, kemudian pada saat individu manusia yang laten dan terinfeksi nol maka laju populasi manusia menjadi

$$dN/dt = A - \mu N \Leftrightarrow dN/dt + \mu N = A. \quad (5)$$

Misalkan $P(t) = \mu$ dan $Q(t) = A$, maka solusi umum persamaan (3.5) adalah
$N(t) = A/\mu + Ce^{-\mu t}$. Jika disubstitusikan syarat awal $N(0) = N_0$ maka diperoleh
$N_0 = A/\mu + C \Leftrightarrow C = N_0 - A/\mu$,
sehingga solusinya menjadi
$N(t) = A/\mu + [N_0 - A/\mu]e^{-\mu t}$
$\Leftrightarrow N(t) = N_0e^{-\mu t} + A/\mu(1 - e^{-\mu t})$.

Jika t membesar maka $\lim_{t\to\infty} N(t) = A/\mu$, artinya jumlah populasi manusia akan menuju kapasitas batas A/μ . Jika $N_0 > A/\mu$ maka $N(t)$ turun monoton menuju kapasitas batas A/μ dan jika $N_0 < A/\mu$ maka $N(t)$ naik monoton menuju kapasitas batas A/μ. Jadi dapat disimpulkan bahwa $N(t)$ menuju kapasitas batas A/μ untuk waktu t yang membesar. Untuk menyederhanakan Sistem (3.1) s.d (3.4) dimisalkan $\mu dt = d\tau$ atau $\tau = \mu t$, maka Sistem (3.1) s.d (3.4) menjadi

$$\frac{dS_A}{d\tau} = \frac{A}{\mu} - b_1S_A - b_2S_AI_A - b_3S_AI_D - S_A + koI_A \quad (6)$$

$$\frac{dI_A}{d\tau} = b_1S_AI_A - koI_A - (1 + a_1)I_A \quad (7)$$

$$\frac{dS_D}{d\tau} = koI_A - b4S_D - (1 + a_2)S_D + +b2S_A\mathrm{S_D} \quad (8)$$

$$\frac{dI_D}{d\tau} = b_3S_AI_D - I_D + \ b_4\,S_D - k_0I_D \quad (9)$$

dengan

$$\beta_1 = \frac{\beta_{10}}{\mu}, \beta_2 = \frac{\beta_{20}}{\mu}, \beta_3 = \frac{\beta_{30}}{\mu}, \gamma = \frac{\gamma_0}{\mu}, \alpha_1 = \frac{\alpha_{10}}{\mu}, \alpha_2 = \frac{\alpha_{20}}{\mu}, k = \frac{k_0}{\mu}.$$

3.2. Titik Ekuilibrium

Titik ekuilibrium Sistem (3.6) s.d (3.9) diperoleh dengan menjadikan ruas kanan masing – masing persamaan sama dengan nol, yaitu

$$\boldsymbol{A/\mu - b_1S_A - b_2S_AI_A - b_3S_AI_D - S_A + koI_A = 0} \quad (10)$$

$$\boldsymbol{b_1S_AI_A - koI_A - (1 + a_1)I_A \ = 0} \quad (11)$$

$$\boldsymbol{koI_A - b4S_D - (1 + a_2)S_D + \mathrm{b2}S_A\mathrm{S_D} = 0} \quad (12)$$

© Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat, Universitas Lambung Mangkurat

$$\boldsymbol{b_3 S_A I_D - I_D + \ b_4 S_D - k_0 I_D = 0}$$

(13)

Jika $\boldsymbol{I = 0}$ diperoleh titik ekuilibrium bebas penyakit $\boldsymbol{P_0(S_A, I_A, S_D, I_D) = (A/\mu, 0, 0, 0)}$.
Selanjutnya akan dicari titik ekuilibrium endemik yaitu jika $\boldsymbol{I > 0}$.
Jadi

$$S_A = \frac{A(a_1\omega + a_2\boldsymbol{k_0})}{(b_1\omega + b_2\boldsymbol{k_0} + b_3 k\boldsymbol{k_0})(A - \mu N) + \mu(a_1\omega + a_2\boldsymbol{k_0})} \quad (14)$$

$$I_A = \frac{\omega[A - \mu N]}{\mu(\omega a_1 + \boldsymbol{k_0} a_2)} \quad (15)$$

$$S_D = \frac{\boldsymbol{k_0}[A - \mu N]}{\mu(a_1\omega + a_2\boldsymbol{k_0})} \quad (16)$$

$$I_D = \frac{k\boldsymbol{k_0}[A - \mu N]}{\mu(a\omega + a_2\boldsymbol{k_0})}. \quad (17)$$

Jika Sistem disubstitusikan ke dalam Persamaan diperoleh

$$b_1 S_A I_A + b_2 S_A S_D + b_3 S_A I_D - \delta I_A = 0$$

$$\Leftrightarrow (b_1 I_A + b_2 S_D + b_3 I_D) S_A - \delta I_A = 0$$

$$\Leftrightarrow F(N)(A - \mu N) = 0, \quad (18)$$

dengan

$$\boldsymbol{F(N) = \big(\mu N \delta\omega - A(\delta\omega - a_1\omega - a_2\gamma)\big)(b_1\omega + b_2\gamma + b_3 k k_0) - \delta\omega\mu(a_1\omega + a_2 k_0).}$$

Untuk $(A - \mu N) > 0$, maka dari Persamaan (3.32) haruslah $F(N) = 0$.

Untuk $N = 0$ diperoleh

$$F(0) = -A(\delta\omega - a_1\omega - a_2 k_0)(b_1\omega + b_2 k_0 + b_3 k k_0) - \delta\omega\mu(a_1\omega + a_2 k_0) < 0.$$

Untuk $N = A/\mu$ diperoleh

$$\boldsymbol{F(A/\mu) = \ \mu\delta\omega(A/\mu) - A(\delta\omega - a_1\omega - a_2 k_0)(b_1\omega + b_2 k_0 + b_3 k k_0) - \delta\omega\mu(a_1\omega + a_2 k_0)}$$

$$= \mu(\alpha_1\omega + \alpha_2\boldsymbol{k_0})\delta\omega\left[\frac{A(\beta_1\omega + \beta_2\boldsymbol{k_0} + \beta_3 k\boldsymbol{k_0})}{\delta\omega\mu} - 1\right]$$

$$= \mu(\alpha_1\omega + \alpha_2\boldsymbol{k_0})\delta\omega[R_0 - 1],$$

dengan $R_0 = \frac{A(\beta_1\omega + \beta_2\gamma + \beta_3 k\boldsymbol{k_0})}{\delta\omega\mu}$.

3.3 Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar adalah bilangan yang menyatakan banyaknya rata-rata individu infektif sekunder akibat tertular individu infektif primer yang berlangsung di dalam populasi susceptible. Jika $R_0 < 0$, maka penyakit akan cenderung berkurang atau menghilang dari populasi. Namun, jika $R_0 > 0$, maka penyakit akan cenderung meningkat dalam populasi. Bilangan reproduksi dasar diperoleh dengan menggunakan next generation matrix. Bilangan reproduksi dasar diperoleh dari nilai eigen maksimum dari next generation matrix.
Diperoleh $R_0 = \frac{A(\beta_1\omega + \beta_2\gamma + \beta_3 k\gamma)}{\delta\omega\mu}$.

© Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat, Universitas Lambung Mangkurat

3.4 Analisis Kestabilan

Analisis kestabilan dilakukan untuk mengetahui apakah suatu penyakit menyebar atau menghilang dari suatu populasi, sehingga dapat dilakukan tindakan lebih lanjut. Bagian ini akan menganalisis kestabilan model di sekitar titik kesetimbangan bebas penyakit. Matriks J(E_0) merupakan matriks Jacobian di titik kesetimbangan bebas penyakit (E0). Matriks Jacobian model penyebaran penyakit disentri adalah
Matriks Jacobian pada titik ekuilibrium bebas penyakit $P_0(0,0,0,A/\mu)$ adalah

$$Jf(P_0) = \begin{bmatrix} \frac{b_1 A}{\mu} - \delta & \frac{b_2 A}{\mu} & \frac{\beta_3 A}{\mu} - n & 0 \\ ko & -\omega & 0 & 0 \\ 0 & k & -1 & 0 \\ -\alpha_1 & -\alpha_2 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Polinomial karakteristik dari $Jf(P_0)$ adalah

$$P(\lambda) = det\big(\lambda I - Jf(P_0)\big),$$

dengan I adalah matriks identitas ukuran 4×4.
Persamaan karakteristiknya adalah

$$det\big(\lambda I - Jf(P_0)\big)$$

$$\Leftrightarrow (\lambda + 1)\left[\lambda^3 + \left(\delta + \omega + 1 - \frac{b_1 A}{\mu}\right)\lambda^2 + \left(\delta + \delta\omega + \omega - \frac{bA}{\mu} - \frac{b_1 A\omega}{\mu} - \frac{k0 b_2 A}{\mu}\right)\lambda + \delta\omega - \frac{b_1 A\omega}{\mu} - \frac{b_3 A\gamma k}{\mu} - \frac{k0 b_2 A}{\mu}\right]. \quad (19)$$

Persamaan (3.46) dapat ditulis menjadi

$$(\lambda + 1)(\lambda^3 + A\lambda^2 + B\lambda + C) = 0, \quad (20)$$

dengan

$$A = \delta + \omega + 1 - \frac{b_1 A}{\mu},$$

$$B = \delta + \delta\omega + \omega - \frac{b_1 A}{\mu} - \frac{b_1 A\omega}{\mu} - \frac{k0 b_2 A}{\mu},$$

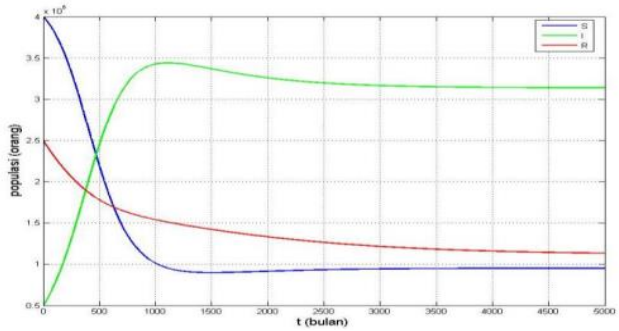
$$C = \delta\omega - \frac{b_1 A\omega}{\mu} - \frac{bAk0}{\mu} - \frac{b_3 Akk0}{\mu}.$$

Karena $R_0 = \frac{A(b_1\omega + b_2\gamma + bkk0)}{\delta\omega\mu} > 1$ maka, Berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz maka titik ekuilibrium $P_0\left(0,0,0,\frac{A}{\mu}\right)$ tidak stabil.

3.5 Simulasi Model

Simulasi digunakan sebagai gambaran untuk dapat melihat prilaku model yang terbentuk, berdasarkan nilai-nilai parameter yang diperoleh berdasarkan literatur SIRS Model For The Dynamics Of Non-Typhoidal Salmonella Epidemics. Nilai μ merepresentasikan laju kematian, apabila diasumsikan rata-rata usia orang Indonesia adalah 60 tahun atau 21900 hari, maka diperoleh nilai μ=0.000039. Nilai k0 merepresentasikan laju kesembuhan seseorang dari penyakit disentri, diasumsikan k0 =0.2.

© Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat, Universitas Lambung Mangkurat



Gambar 2. Diagram gambar untuk nilai R0 >1

Jika nilai-nilai parameter disubtitusikan ke bilangan reproduksi dasar akan diperoleh nilai R_0 >1, berdasarkan grafik pada gambar 2 tersebut dapat terlihat bahwa jumlah anak-anak rentan mengalami penurunan ditandai dengan kurva berwarna biru yang bergerak semakin menurun. Sebaliknya kenaikan terjadi pada dewasa rentan yang ditandai dngan kurva hijau hal ini dapat terjadi akibat bertambahnya dari kelas anak-anak rentan yang tumbuh menjadi individu dewasa maupun anak-anak rentan yang ketika sembuh sudah tergolong kelas dewasa rentan. Sehingga proporsi dewasa terinfeksi semakin lama semakin meningkat, hal ini menunjukkan untuk penyakit disentri semakin lama akan semakin menyebar dalam populasi dewasa, walaupun dalam waktu selanjutnya mengalami sedikit penurunan.

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan maka diperoleh model matematika penyebaran penyakit disentri pada manusia, pada saat nilai-nilai parameter disubtitusikan ke bilangan reproduksi dasar diperoleh nilai R_0 >1, dan pergeseran penyakit disentri lebih banyak menyebar pada populasi orang dewasa.

5.UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih disampaikan kepada sponsor riset DIPA PNBP ULM dan tim data yang membantu pengumpulan data di lapangan.

6. DAFTAR PUSTAKA

Affandi, P., 2017. Kendali Optimal pada Penentuan Interval Waktu dan Dosis Optimal pada Penyakit Malaria. Prosiding KNPMP 3 UMS 2018.

Affandi, P., (2017). Optimal Control Model of Malaria Spread in South Kalimantan, 135-147 Ahmad Dahlan International Conference on Mathematics and Mathematics Education, 135-147. Affandi, P., (2015).Optimal Inventory Control System

Affandi, P., (2020) Kendali Optimal Treatment pada Model Penyakit Diare, Prosiding Seminar Nasional Lingkungan Lahan Basah 2020.

[Affandi, P., (2019) Kendali Optimal Pada Model Penyakit Scabies, Konfrensi Pendidikan Nasional.

Affandi, P., (2020). Optimal Control for Dysentery Epidemic Model With Treatment. International Journal Of Scientific & Technology Research Volume 9, Issue 03, March 2020.

Haila, WB., (2018). Optimal Control and Cost-Effectiveness Analysis for Dysentery Epidemic Model. Applied Mathematics & Information Sciences.

Badan Penelitian dan Pengembangan Kesehatan Kementerian Kesehatan RI, Riskesdas tahun 2013.

Shepley L.Ross.(1984). Differential Equation. 3 Editions, John Wiley & Sons. New York.

Frank L.Lewis, Applied Optimal Control & Estimation. The University of Texas at Arlington. New York.

Chaturvedi, Ojaswita, dkk. (2013). SIRS Model For The Dynamics Of Non-Typhoidal Salmonella Epidemics.International Journal of Computational Research. Vol.03.Issue.10.

© Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat, Universitas Lambung Mangkurat